

Bei Har Deb

om

Methoden i Geometrien.

Indbødselsfrist

til den offentlige

Gaamen

i September 1812

Mibe Carlsbergals Skole.

af

S. S. Hansen

indbødsel



7303.

St i b e, 1812.

Indbødsel af Stierstedt og Høbbel

Jordomme befinde dem saa vel, snart har maatte vige for Oplysningens klare Solskin, naars dens Straaler først have begyndt at trænge igjennem hiin Taage. Naturligt! Mennesket behøver kun et lidet Stød, et Vink, for at gjøres opmærksomt paa det skjønne Maal, og ingensinde opfordres det mere til Selvtanken end naar Lærernes frie Meddelelse standses af hine Natfugle. Derfor maae originelle Tænkere især findes paa Tider og Steder, hvor Tænkningen ved udbortes Baand vanskeliggjøres, naar kun Lyst til Sandheds Estergranskning engang er vækket.

Har Kundskaber stort Værd, og ligger Drift til dem dybt indpræntet i Menneskets Natur, maa alt være vigtigt, som bidrager til deres lettere Erhvervelse. Videnskaberne ere mange og vidtloftige, Menneskets Liv kun kort, neppe eet af Urans Aar, og af denne korte Tid beholde Vi Jordboere, saa lykkelige undtagne, kun en liden Deel tilovers til vore Sønners Uddannelse og Kundskabers Forøgelse.

Videnskaberne ere vitløftige: Den Bemærkning er allerede ofte gjort, at enkelte Grene af visse Videnskaber kræve en Mands hele Levealder, naar han skal opnaae nogen synderlig Fuldkommenhed i dem. Saadanne ere de physikalske og mathemat-

tiske Videnskaber, hvis Omfang er saa uhyre, at den enes Gjenstand er alt, hvad der er til, *) den andens endog alt muligt. Og dog ere deres Grene saa nøje forbundne, at det er umuligt at blive nøie bekendt med en enkelt af dem, uden at have et tydeligt Begreb om alle de andre. Ja mange Grene af den ene ere uadskilleligen indflettede imellem den andens. Hvorledes er det da muligt at finde Rede i den Mængde Kundskaber, som udgjøre disse Videnskaber? eller endog blot at vide, hvor vidt man er kommen i dem og ved hvilket Punct man staaer? Allene ved Orden og systematisk Forbindelse imellem Delene, uden hvilke man end ikke tilstaaer en Samling Kundskaber Navn af Videnskab. Hvad Fordeel Naturbeskrivelsen har havt af de i senere Tider anvendte Systemer, behøver jeg kun at pege paa; og Mathematiken har altid været i Ry for sin skjønne Orden. Men at Systemerne i Naturvidenskaben idelig trænge til og derfor underkastes Forandringer er en Følge af de

* 2

Opda-

*) Ist nicht alles, was ist, Natur? Ist nicht auch des Menschen Geist ein Theil der Natur? Ja so ist's. Empirische Seelenlehre ist Naturbeschreibung des Geistes; speculative Philosophie, gelangt sie einst zur Wirklichkeit, so wird sie nichts seyn, als die Naturlehre der geistigen Kräfte. Auch Geschichte, ist sie etwas anderes, als fortgeführte Naturgeschichte des menschlichen Geistes? — Ja es giebt nur eine Wissenschaft, sie heist Naturkunde. — Fischers idealische Uebersicht der Naturkunde S. 61.

Opydagelser, den nu engang opbakte Forstelslyst og Naturens Uendelighed stedse frembringe. Ved Mathematiken som ikke henter sine Sætninger fra Erfaring, er Tilfældet anderledes. Opfindes her en ny Sætning, saa stæer det ved at sammektjæde Slutninger af bekjendte, og den ny Opfundne finder altsaa en passende Plads ved Enden af hine, hvoraf den er en Følge. En forkeert Orden forbyder her ganske sig selv. Men at der dog findes endeel Vilkaarlighed Sted i Henseende til denne Orden, bevise de utallige Lærebøger især i Elementargeometrien, hvilke for det meste ikke indeholde nye eller bedre foredragene men i det højeste anderledes ordnede Sætninger. Hvo, som indrømmer dette, vil lettelig undskylde, at jeg her fortælig fremsætter mine Tanker om hvorledes en Lærebog i Elementargeometrien burde indrettes, og hvilke Ufuldkommenheder de almindelige besidde. Skulde jeg end fejle, troer jeg dog det ingen Skade vil forarsage. Vildfarelser have saa ofte tjent til at bane Vejen for Sandheden og sætte den i et klarere Lys, at det næsten kan ansees for lige saa fortjensfuldt, at fejle som at træffe det rigtige ved Granskning efter Sandhed.

Den Verb, hele Mathematiken, især Geometrien, har for Landsejernes Dannelse, er saa afgjort, at det ville være overflødig at tale derom.

om. Dens økonomiske Nytte, ved Anvendelse paa allehaande Gienstande i Livet, vil jeg ikke bringe i Anslag. Et stort Fortrin, den har fremfor andre Videnskaber, bestaaer i at den altid kan skaffe Manden en behagelig Sysselsættelse, uden at søge Gienstande udenfra. Ja man har endog bovet at ansee den som en fortrinlig Lægedom for et sygeligt, naar kun ikke aldeles svækket Sind. Naar hertil regnes dens Uudtømmelighed og Tilgængelighed for Enhver, i det mindste i en vis Grad, vil neppe nogen anden Videnskab kunne maale sig med den i alle disse Fordele. Men disse skyldes uidentivl mere Methoden end Indholdet, naar man undtager Anvendelsen paa Livet, der ikke er en Deel af Videnskaben selv. Imidlertid kunde det Spørgsmaal dog opstaa: om denne Methode ikke endnu kunde indrettes mere hensigtsmæssig? og om dette Spørgsmaal, saavidt det angaaer Geometrien, vil jeg sige min Mening i følgende Linier.

Geometrien læres af Bøger, og derfor kan dette Spørgsmaal ogsaa fremsættes saaledes: Ere de geometriske Lærebøger indrettede saa hensigtsmæssig som mueligt, og hvis de ikke ere det, hvorledes maatte da en saadan Bog være indrettet for ikke at udsættes for samme Daddel som de sædvanlige? Jeg vil forsøge at besvare det, ved først at fremsætte, hvad jeg troer man kan udsætte paa de

ste Lærebøger. Jeg kunde let anføre Exem-
 pelpaa, hvis Rummet tillod det, og jeg ikke
 : exempla sunt odiosa. Her vil jeg kun til-
 at System, saaledes som jeg tænker mig det,
 g som en ordnet Udsigt over Videnskaben, kan
 a godt finde Sted i det første Compendium,
 en fuldstændig Samling af alt det, der er
 den i Videnskaben til vor Tid. Et saadant
 m vil gjøre Begynderen bekendt med Vi-
 dens Vind og Formaal og ikke nøjes
 at fremstille ham nogle af dens Sandheder,
 at han seer hvortil de sigte. Og en For-
 ed et saadant System er at dets Efterføl-
 vil af sig selv have de vigtigste af de føl-
 Ankeposter.

En Følge af denne Mangel paa System er,
 n gaaer Glip af een af Videnskabens vigtigste
 le. Den Methode, som fra Euklides af er
 i Arv hos Mathematikerne er vist nok meget
 n til at bevise allerede fundne Sandheder.
 at opfinde og ordne nye og saaledes opfyl-
 ligheder der kunde være i Videnskaben, der
 den langt mindre skiftet, da den ikke engang
 e, hvor disse ere. Derfor ere de fleste Lære-
 ogsaa kun lidet skiftede til at opbætte Sands-
 denskabens. Enhver, som Naturen ikke har
 t med en betydelig Grad af denne, eller hos
 et lykkeligt Tilfælde ikke allerede har vaakt den,
 vil

vil derfor lettelig finde dette Studium tørt og ubehageligt, da der ingen Lejlighed findes til Selbvirksonhed, og kun Aandens passive Evne, Hukommelsen bekræftiges med at optage og beholde de næsten vilkaarligen opstillede Sætninger og deres Betydninger. Begynderen seer vel at det Efterfølgende berører paa det Foregaaende, og at man ikke kunde være forvissat om hiint, uden i Forvejen at være overtydet om dette, men hvorledes man af dette Foregaaende er bragt til at udfinde det Følgende, det seer han ikke. Hvis han selv finder noget Nyt, vil han vel kunne sætte det i Forbindelse med Compendiets Sætninger, men det vil dog kun være for ham en Opdagelse, ingen Opfindelse, da han har et Slumpetræk at takke derfor, og ikke forsærlig Søgen. Den consequente Opsøgen af Sandheder kan kun læres ved en systematisk Fremstilling af Videnskaben, ved at tildele enhver Sandhed en saadan Plads, som tilkommer den efter Systemets Indretning og ingen anden, saaledes at man hvert Sted strax seer, hvorvidt man er kommen i Underfølgelsen, hvad der staaer tilbage, og hvad der maa følge umiddelbart efter, naar man bliver paa den foresatte Vej.

3. De fleste Forfattere have tænkt sig et andet Formaal, end Geometrien selv, nemlig dens Anvendelse paa en eller anden Ting, paa Landmaaling, Bygningskonst, Krigskonst o. d. l. og derved deels ind:

indblandet Ting, som ikke vedkomme Videnskaben, deels udeladt andre, som væsentlig høre til den. Geometriens Nytte ved Anvendelsen paa Konsters Udbøvelse er bekjendt nok, men denne Anvendelse er ikke Geometrie. Det er ventelig Navnet, der har forarsaget denne besynderlige Sammenblanding af Geometrien og Landmaalingen thi det er kun meget faa Sætninger af Geometrien, den almindelige Landmaaler behøver, og Geometrien laaner naturligviis flertallet hos Landmaalingen. Den Skade det bestandige Hensyn til Praxis forvolder Videnskaben, viser sig især ved saadanne Bøger, der ere indrettede for en bestemt Hensigt. Den bekvemmeste Maade at quæle Lysten til Videnskaben er vist nok den, jeg veed ikke om jeg skal kalde den haandværksagtige eller cavalleermæssige Methode, der er fulgt i en Mængde tydske og franske Lærebøger. Begyndelsen gjøre nogle af de theoretiske Sætninger, hvorpaa Praktiken beroer. Her er naturligviis ikke at tænke paa nogen Orden *) eller

* 5

*) Til Læserens Opbyggelse vil jeg anføre et Exempel paa den Orden, som iagttages i flige Bøger.

I Geometrie pratique par Mallet lyder Overskriften over 3 Capitel i første Bog saaledes: Des corps, bases, superficies, zones, plans, sinus, tangentes, secantes, problèmes, théorèmes, corollaires axiomes etc. og det forstaaer sig, denne Orden er, ifølge en tilføjet Anmærkning, fulgt for at gaae over fra det enkelte til det mere sammensatte.

eller Forbindelse. Nogle Sætninger, hvor Beviserne ere haandgribelige, bevises, andre oplyses med Exempler, som vel endog ere uforstaaelige for Begynderen, og de fleste maa man antage paa Forfatterens Ord. Dette er Indledningen. Nu kommer Hovedindholdet: en lang udtrukken Udvendelse af 4 eller 5 af hine Sætninger paa enkelte Tilfælde, fremsat i 50 eller 60 eller 99 eller 100 Problemer. Det maa nemlig være et rundt Tal, thi for at fylde Tallet er det jo let, at dele et Problem i to, eller ved en lille Forandring at gjøre flere af det eller fremsætte endnu et Exempel og betitle det: Problem. Man maa beklage de arme Praktikere, der kun kjende Geometrien af et saadant System. Hukommelsen kunne de ikke altid stole paa, derfor maa de føre Forstanden med sig i Lommen. Og dog indeholder et saadant tykt Bind ofte ikke mere, end der godt kunde rummes paa et Par Oktavblade, og læres i et Par Timer, naar man havde gidet anstrænge sin Aand en søje Tid for at indsee de Grunde, hvorpaa det beror.

4. Den egne, jeg tør næsten sige pedantiske Indledning, som ogsaa er en Følge af Frygten for at aflægge det Gamle. Dog hører denne Indledning saa lidet til Mathematikens Form, altsaa ej heller til Geometriens, at man har mange Afhandlinger, hvori der ikke findes Spor af den. Den højere Mathematik har ogsaa for en Deel afslagt

afslagt denne Stadsedragt, der ikkun paalægger Tvang og Indskrænkning uden at gjøre noget Gavn. Hertil hører den rangmæssige Titulatur for Geometriens Sandheder, hvorved de blive opstillede som Theoremer, Problemer, Corollarier o. s. v., da disse dog alle kunne fremsættes paa eens Maade, og alle i Grunden ere Theoremer. Definitionerne, som ikkun ere Forklaringer over de Ord, man bruger, høre ikke til Sætningerne men til Ordbogen og fordrer derfor ingen Rang. Den Form, hvori Beviserne almindeligen fremsættes, hører ligesaa lidet til Geometriens Væsen som til nogen anden Videnskabs, hvori der bruges Fornuftslutninger. At den ikke forekommer os saa besynderlig ved denne, som den vilde ved enhver anden Række af Kundskaber, man sammenkjædede paa den Maade, kommer vel af Vanen, da vi ikkun sjelden see Geometrier i anden Form. At denne Form ikke udelukkende tilhører Mathematiken har, jeg erindrer ikke om den bekjendte Ramus eller en af hans Disciple, viist ved at omforme Horatses Arspoetica efter samme Model. Og at geometriske Lærebøger kunne skrives uden den, har Schweins viist ved sine fortræffelige Skrifter. *)

Ende:

*) Dr. Schweins, Privatlærer i Göttingen, har i flere Skrifter realiseret de Ideer, jeg har fremsat paa disse faa Blade. Af disse har jeg kun havt den Lykke ved en Vens Godhed at lære at kjende: System der Geometrie og Mathematik für den ersten wissenschaftlichen Unterricht. Hoved-

Endelig 5. Den allerstørste Deel af Lærebøgerne er ganske overflødig, da de ikke indeholde noget synderligt Nyt hverken i Henseende til Formen eller til Materien. De fleste ere enten Afskrifter af andre, eller Udtog, eller kun forsynede med en liden Forandring, der ikke altid er en virkelig Forbedring; og næsten alle indeholde kun mere eller mindre af Euklids Elementer og lidt overfladisk Praxis. Derfor havde Råstner Ret, naar han anbefalede Euklides som Maalestoffet for en geome:

Høvedværket, Geometrie nach einem neuen Plane bearbeitet ic., hvori Forfatteren har fremsat sine Grunde for sine Afvigelser fra den sædvanlige og sin Plan til en forbedret Methode har jeg ikke kunnet overkomme. Hine to Skrifter bestyrkede mig fuldkommen i den Tanke, jeg allerede havde fattet, at Geometrien kunde foredragges paa en langt bedre, hensigtsmæssigere Maade end den sædvanlige, der findes i alle Lærebøger, og hvorved disse ikke blive andet end undværlige Coyer af Euklides. Den, der kender Schweins Skrifter, vil let see at mine Ideer om Foredraget og Systemet tildeels ere abstraherede af dem. Dog tør jeg for største Delen kalde dem mine egne, og jeg bragtes paa dem ved Læsningen af Pappus og de saa andre geometriske Skrifter, jeg i min nærværende Stilling kunde overkomme. Thi ligesom Schweins til sit tyvende Aar kun kjendte et Par Compendier, kan jeg sige, at jeg siden mit tyvende Aar kun har havt Leilighed til at kjende saa mathematiske Skrifter. Men af de saa, jeg har lært at kjende, nemlig de, som i den Tid ere udkomne i Danmark, seer jeg, at Methoden endnu stedse er den samme.

geometrisk Lærebogs Fuldkommenhed, omendsskjønt han selv alligevel skrev en saadan af det sædvanlige Slags. Men dette laae i hans Plan, da han vilde levere et Cursus og dette ikke kan tænkes uden Geometrie.

Dette var hvad jeg troer, man især kan udsætte paa de fleste Lærebøger i Geometrien; nu staaer der tilbage, kortelig at vise hvorledes en hensigtsmæssigere Lærebog maa være beskaffen, for ikke at være samme Dabel underkastet.

Den burde da være indrettet saaledes at den var fri for hine Ufuldkommenheder, og, om muligt, besad de modsatte Fuldkommenheder. Den maatte altsaa være systematisk, vise hvorledes den ene Sandhed følger af den anden, hvorledes man til de bekjendte kan føje nye, og hvorledes disse kunne findes ved Sammenkjødning af hine. Foredraget maa være afpasset efter disse Hensigter, altsaa let, tydeligt, sammenhængende, og ikke indeholde noget Videnskaben selv uvedkommende, ikke Landmaaling eller andre Anvendelser af den, ikke heller den særegne Classification af Sandheder, som alle have samme Værd, folgelig samme Rang, altsaa ikke Theoremer, Problemer og Corollarier, der alle ikke ere andet end Resultater af den geometriske Undersøgelse, eller specielle Tilfælde af det ene Pro:
blev,

blemt, som er Gjenstanden for Geometrien, nemlig at bestemme de Relationer som finde Sted ved udstrakte Størrelser, i deres indbyrdes Forbindelse. Behandlingen af de enkelte Gjenstande vil berøve paa følgende Betragtninger.

Geometrien, hvis Formaal er en enkelt Klasse af Størrelser, de i Rummet udstrakte, forudsætter Læren om Størrelser i Almindelighed (Arithmetica universalis) og maa ofte tage sin Tilflugt til den. Dette er Tilfældet saa ofte geometriske Størrelser skulle sammenlignes. Derved deles naturligtvis Undersøgelsen af enhver geometrisk Gjenstand i to Dele, den reen geometriske, hvorved blot undersøges dens Beliggenhed og Udstrækning, og arithmetiske, hvor Størrelsen bestemmes ved Sammenligning med andres. Saalænge Tælen kun er om een Gjenstand kan derfor kun dens Deles indbyrdes Beliggenhed undersøges, og Størheden forsaavidt den berøber paa Gjenstandens Grændser. Størrelsen derimod som et relativt Begreb bestemmes ved Sammenligning med en anden Gjenstand, Maalet, og det indbyrdes Forhold imellem dette og den givne Gjenstand. Følgelig kunde Geometrien deles i to Dele: den blot geometriske og den arithmetiske, hvilken sidste er en Anvendelse af den almindelige Arithmetik paa geometriske Gjenstande. Men det er maaskee bekvemmere at sammenfælde disse to Dele og saaledes ved hver Gjenstand

under:

undersøge paa eengang Beliggenheden, Størheden, Forholdet mellem dens Dele, og dens Forhold til andre af samme Slags. Herved er altsaa Gangen i Undersøgelsen af hver enkelt Gjenstand bestemt. Og dette være nok om Foredraget og Behandlingen; nu maa jeg ogsaa kortelig vise Systemets Indretning.

Systemet kunde og maatte, efter mine Tanker ifølge Tingens Natur, fremsættes i følgende Orden. Først maatte Geometriens Gjenstande bestemmes og derpaa alle mulige Forbindelser mellem disse og de deraf flydende Relationer. Men da dette sidste formedelst Gjenstandenes uendelige Antal er umuligt, kan kun Methoden vises ved de simplere og nogle af de sammensatte Tilfælde. Systemet maatte altsaa begynde med en Analyse af det geometriske Legeme for at erholde de Begreber, som under mangehaande Forbindelser og Betingelser skulle udgjøre Undersøgelsens Gjenstand. Systemet bygges paa disse fundne Elementer. Undersøgelsen begynder med det Enkelte og gaaer derfra over til det sammensatte, og til det mere indviklede. Ved sammensatte Figurer undersøger man derfor Delenes, Beliggenhed og Forhold, førend man skrider til at undersøge Figurerne selv. I hvilken Orden Sandhederne maatte fremsættes, viser følgende Schema:

Punkter

et, to og flere Punkter

A. Linier

A. Linier i eet Plan
 rette og krumme.
 Een ret Linie
 To rette Linier
 Vinkler
 Parallele Linier. a)
 Forhold
 Tre rette Linier, Triangler
 Arter
 Bestemmelse, Congruens. b)
 Forbundne med en ret Linie
 Lighedshed, Proportionalitet, For-
 hold c)
 Trigonometriens Grundbegreber d)
 Fire rette Linier, som danne en Firkant.
 Arter
 Parallelogrammer, Rectangler, Qua-
 drater.
 Forhold
 indbyrdes
 til Triangler
 Fem rette Linier, Femkanter
 deriblandt de regulære
 Forsættelse af Undersøgelsen om regulære
 Figurer, som endelig fører til Begre-
 bet om
 Cirklen. Ved denne kan undersøges
 Een Cirkel i Forbindelse med

een,

een, to, tre, og flere rette Linier, som
 kunne være
 Chorder, Secanter, Tangenter
 Trigonometrien i Forbindelse med Cirklen
 Regulære Figurer i Forbindelse med Cirk-
 len og med Trigonometrien.
 To Cirkler
 Beliggenhed
 Forbindelse med rette Linier
 Cirklers indbyrdes Forhold, og Forhold
 til andre Figurer.
 Tre og flere Cirkler.

B. Linier, som ikke ligge i eet Plan.
 C. Flader som ikke ligge i eet Plan.
 D. Legemer.

Anmærkninger til Schematet.

Jeg har kun optaget i dette Schema det, som
 man pleier at indbefatte under Navn af Elemen-
 targeometrie, omendstignet de krumme Linier for
 en stor Deel kunne behandles paa samme Maade.
 Det vil ikke være vanskeligt at see, hvorledes Un-
 dersøgelsen af dem kan sammenbindes med den plane
 Geometrie. Jeg har ogsaa kun detailleret hvad
 der hører til den plane Geometrie, og fremsat den
 legemlige Geometrie i sine Hovedpartier. Den,
 der har fattet Gangen i hiin, vil let overføre den
 paa denne, og derfor anseer jeg det for unødven-
 digt, at udvikle den her i sine mindre Dele.

* * *

a) The

Examen begynder den 14de September og holdes i følgende Orden:

Den skriftlige Prøve.

Formiddag

Dansk Stil.

Dybsk Stil.

Eftermiddag.

Latinsk Stil.

Fransk Stil.

Mundtlig Prøve.

Græsk.

Historie.

Religion.

Naturhistorie.

Latin

Geographie.

Fransk

Dansk

Hebraisk.

Arithmetik og Geometrie.

Dybsk

Mandag den 14de
Tirsdag — 15de

Onsdag — 16de
Torsdag — 17de
Fredag — 18de
Lørdag — 19de
Mandag — 21de
Tirsdag — 22de
Onsdag — 23de
Torsdag — 24de

Den os anbetroede Ungdoms Forældre, Paarørende og andre Skolens Belyndere indbydes til at overvære Examen og den Høitidelighed, hvormed den Sluttes Lørdagen den 26de om